**Interactivo F13: Webquest**

**\*** Nombre del guión a que corresponde el ejercicio

MA\_G11\_03\_CO

**DATOS DEL RECURSO**

**\*** Título del recurso (**65** caracteres máx.) Historia de los Números Reales

Refuerza tu aprendizaje: Definición formal de limite

**\*** Descripción del recurso

Interactivo en el se explica el concepto formal de limite y la necesidad de este.

**\*** Palabras clave del recurso (separadas por comas ",") “Limite”

**\*** Tiempo estimado (minutos) 20

**\*** Acción didáctica (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exposición | x | Ejercitación |  | Preguntas con respuesta libre |  | Juegos |  |
| Estudio |  | Proyecto |  | Evaluación |  | Generador de actividades |  |

**\*** Competencia (indicar sólo una)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| … en comunicación lingüística |  | … matemática | x |
| … en el conocimiento y la interacción con el mundo físico |  | Tratamiento de la información y competencia digital |  |
| … social y ciudadana |  | … cultural y artística |  |
| … para aprender a aprender |  | Autonomía e iniciativa personal |  |

**\*** Tipo de Media (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Secuencia de imágenes |  | Video |  | Animación |  | Interactivo | X |
| Actividad |  | Web |  | Mapa conceptual |  | Audio |  |
| Texto |  | Imagen |  | Documento |  |  |  |

**\*** Nivel del ejercicio, 1-Fácil, 2-Medio ó 3-Difícil

2-Medio

**FICHA DEL PROFESOR**

Objetivo

Estudiar el concepto formal de limite de una función y se reconozca que al análisis estático o por tabulación resulta insuficiente además de no ser correcto y se vea la necesidad de establecer las reglas de los limites.

Antes de la presentación:

Se puede realizar el siguiente cuestionario a los estudiantes sobre el cálculo de limites por medio de tabulación:

¿Podría pasar que el tabular nos arriesguemos a decir que el limite sea -1 cuando en realidad es -1.0001?

¿Qué tanto debemos acercarnos para estar seguro de que el limite que obtenemos si es correcto?

¿Existe la posibilidad de que tomando valores de cada vez más cercanos a cero la función cambie la tendencia que muestra la tabla?

Durante la presentación:

No es necesario esperar a que el estudiante haya observado toda la animación para entablar una discusión, si lo desea al finalizar la primer pestaña puede retomar la discusión que se empezó con las preguntas anteriores. Y cuestionarlos sobre como definir formalmente el limite y diferenciar la definición del mecanismo para hallarlo.

Luego de la segunda diapositiva, realizar algunos ejercicios de cómo para ciertas funciones especificas es posible para cada encontrar un , se puede apoyar en el enlace que tiene hipervínculo en la pestaña:

<http://www.xente.mundo-r.com/ilarrosa/GeoGebra/LimiteContinuidad.html>

Luego se puede cuestionar a los estudiantes sobre como se definiría el concepto de limite en los demás casos y ahí se procederá con el resto de la presentación.

Después de la presentación:

Solicitar al estudiante dar la definición precisa de limite de los casos que no fueron abordados en el interactivo, y fomentar una discusión sobre cual es la manera adecuada de calcular un limite sin usar la grafica y dado que la tabulación falla, con el fin de llegar a la necesidad de establecer las reglas y propiedades de los limites.

**FICHA DEL ALUMNO**

Cuando queremos calcular el limite de una función ya sea en un punto o en el infinito recurrimos a tabular, pero que valores son los que debemos escoger en la tabla, ¿cuales están los sufrientemente cerca? o ¿son lo suficientemente grandes?, para asegurar que no vamos a cometer un error a la hora de calcular el limite, recordemos que siempre podemos acercarnos más o siempre podemos coger números más grandes, por lo que nada nos garantiza que una tendencia que vemos se pierda con valores más cercano o con valores más grandes, es uno de los problemas que tienen lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande,.

Contesta las siguiente preguntas relacionadas con calcular el limite de una función por tabulación:

¿Podría pasar que el tabular nos arriesguemos a decir que el limite sea -1 cuando en realidad es -1.0001?

¿Qué tanto debemos acercarnos para estar seguro de que el limite que obtenemos si es correcto?

¿Existe la posibilidad de que tomando valores de cada vez más cercanos a cero la función cambie la tendencia que muestra la tabla?

Una vez estudiado el interactivo vuelve a cuestionarte sobre estas preguntas.

**DATOS DEL INTERACTIVO**

**INTERACTIVO**

**\*** Número de pestañas del interactivo (**1, 2, 4, 6 u 8**) PARA CADA PESTAÑA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *PESTAÑA #... 2*

6

**\*** Título (**65** caracteres máx.) COPIA EL TÍTULO DEL RECURSO PARA EL TÍTULO DEL INTERACTIVO AL MENOS QUE SEA DIFERENTE. RECUERDA EL TÍTULO NO DEBE REBASAR LOS 65 CARACTERES. Noción formal de Limite

**\*** Instrucción (**68** caracteres máx.) Selecciona la pestaña que desea estudiar

**PESTAÑA** 1

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo)

**La noción intuitiva**

Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha | X | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen 1 (borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Crear imagen similar

Grafica de cerca de cero.

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) un conjunto numérico para medir

**\*** Texto

Hasta ahora a tabulación ha sido el medio por el cual se ha calculado el limite de una función, pero que tan fiable es calcular el limite de esta manera.

Si se considera:

se tiene al tabular que:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

por lo que

Sin embargo también es posible realizar l siguiente tabulación:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

por lo que

O esta otra tabulación:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Se obtienen tres resultados diferentes, es decir que el método de tabulación no siempre resulta eficaz para calcular el limite, ni siquiera al observar una tendencia en el conjunto de imágenes de los valores seleccionados se puede asegurar que el limite existe, ya que es posible encontrar secuencias de números cercanos al punto cuyas imágenes tiendan a un valor determinado, pero eso no quiere decir que las imágenes de r todos los valores cercanos tiendan a ese número que es lo que finalmente se quiere, por esto es necesario transformar la noción de limite por una que permita expresar de forma más exacta el comportamiento deseado.

**PESTAÑA** 2

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo)

Idea formal de Limite

Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

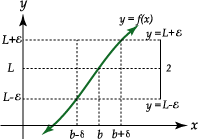
**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda | X | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen 1 (borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Crear imagen similar



cambiar por y por

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) un conjunto numérico para medir

**\*** Texto

Cuando se dice que el limite de un función en un punto es un número real , lo que se quiere expresar es que las imágenes de todos los valores muy cercanos al punto se aproximan a tanto como se quiera, es decir que si se quisiera que las distancias de las imágenes a sean menores que un número real lo suficientemente pequeño, se deben encontrar una distancia tal que para todo valor cuya distancia a sea menor las imágenes cumplan la condición, de manera más precisa:

El limite cuando una función tiende a es si para todo real positivo existe un número real tal que si entonces , usando valor absoluto se tiene que:

si y solo si

[[VER](http://www.xente.mundo-r.com/ilarrosa/GeoGebra/LimiteContinuidad.html)]

**PESTAÑA** 3

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo)

Limite finito Lateral

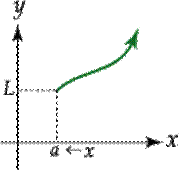
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha | X | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen 1 (borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



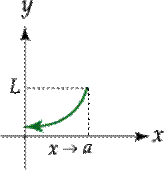
Crear una imagen similar a esta en vez de colocar un intervalo , Cambiar por y alrededor de el colocar el intervalo y las líneas de proyección.

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Limite por derecha

Imagen 2 (borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



Crear una imagen similar a esta en vez de colocar un intervalo , Cambiar por y alrededor de el colocar el intervalo y las líneas de proyección.

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Limite por derecha

**\*** Texto

En el caso del limite lateral los valores que se toman están o bien a la derecha o bien a la izquierda por lo que se tiene que:

El limite cuando una función tiende a la derecha es si para todo real positivo existe un número real tal que si entonces , usando valor absoluto se tiene que:

si y solo si

El limite cuando una función tiende a la izquierda es si para todo real positivo existe un número real tal que si entonces , usando valor absoluto se tiene que:

si y solo si

**PESTAÑA** 4

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo)

Limite infinito

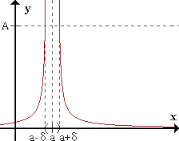
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda | X |  |  |

Imagen 1(borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



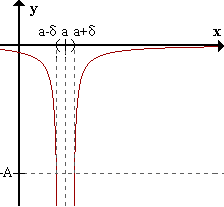
Crear una imagen similar a esta en vez de Cambiar por y bajarlo un poco para que coincida con las líneas de proyección de y

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) limite infinito

Imagen 2(borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



Crear una imagen similar a esta en vez de Cambiar por y subirlo un poco para que coincida con las líneas de proyección de y

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) limite infinito

**\*** Texto

En el caso en que el limite es infinito lo que se quiere expresar es que siempre que se tome un número por grande que este sea, se puede encontrar que las imágenes son mayores a ese número para valores muy cercanos al punto, de manera más precisa:

El limite cuando una función tiende a es infinito si para todo natural existe un número real tal que si entonces , usando valor absoluto se tiene que:

si y solo si

Para el caso de que e limite tienda a menos infinito:

si y solo si

**PESTAÑA** 5

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo)

Limite en el infinito

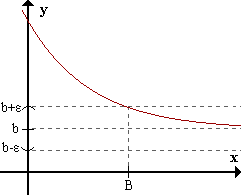
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha | X | Texto con una imagen a la izquierda |  | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen PORTADA (borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



Crear una imagen similar, pero cambiar por y que el intervalo delimitado por las líneas punteadas sea más pequeño para que el punto B de la derecha se aleje un poco más llamar a este punto

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Limite en el infinito

**\*** Texto

Para los limites en el infinito, lo que se quiere expresar es que al tomar valores demasiado grandes, los valores de las imágenes se aproximan a , es decir que si se quisiera que las distancias de las imágenes a sean menores que un número real lo suficientemente pequeño, se deben encontrar un número natural lo suficientemente grande tal que si su imagen cumpla la condición, de manera más precisa:

si y solo si

**PESTAÑA** 6

**\*** Título de pestaña (**20** caracteres máximo)

Limite infinito en el infinito

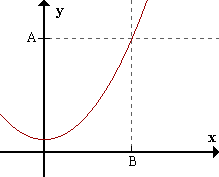
Si se pretende usar la pestaña 1 como portada del interactivo éste debe ser de tipo “Solo texto” que llevará solamente una foto PNG y su pie de foto correspondiente (ver ejemplo al final del documento).

**\*** Tipo de pestaña elija una opción:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Texto con una imagen a la derecha |  | Texto con una imagen a la izquierda | x | **Solo texto** |  |
| Texto con dos imágenes a la derecha |  | Texto con dos imágenes a la izquierda |  |  |  |

Imagen PORTADA (borrar si no se ocupa):

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear



Crear una imagen similar, pero cambiar por y A por , además tomar un punto y ubicar a

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1.**PNG**)

OPCIONAL Pie de imagen 1 (**130** caracteres máx., se puede usar cursivas) Limite infinitos en el infinito

**\*** Texto

Para los limites infinitos en el infinito, lo que se quiere expresar es que al tomar valores demasiado grandes, los valores de las imágenes se hacen tan grandes como se quiere, es decir que si se quiere que las imágenes sean más grandes que un número natural , se debe encontrar un número natural lo suficientemente grande tal que si su imagen sea mayor a , de manera más precisa:

si y solo si